INTERAZIONE TERRENO-FONDAZIONE STRUTTURA

SOLO TERRENO-FONDAZIONE SE:

- **Struttura isostatica o infinitamente flessibile;**
- **Analisi dei carichi:**
  - **Analisi sovrastruttura a vincoli fissi**
  - **Aree di influenza**

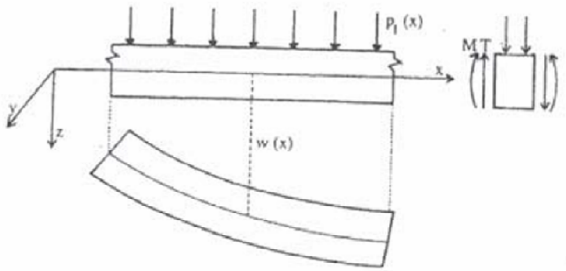
Ipotesi:

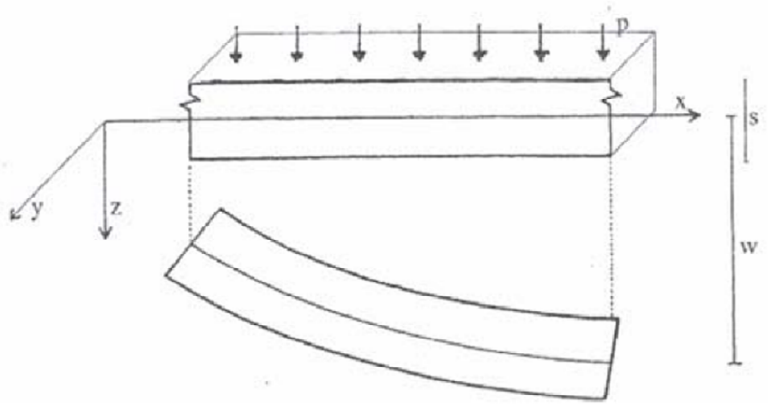
- **fondazione liscia;**
- **vincolo bilaterale**

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO (TRAVE INFLESSA)

$$\frac{dT}{dx} = -q_l(x) \qquad \frac{dM}{dx} = T \qquad \frac{d^2M}{dx^2} = -q_l(x)$$

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{E_f J_f} \text{ (linea elastica)} \qquad E_f J_f \frac{d^4w}{dx^4} = q_l(x)$$





SOLUZIONE EQUAZIONE LINEA ELASTICA

$$E_f J_f \frac{d^4 w}{dx^4} = q_l(x)$$

$w_G(x) = w_o(x) + w_p(x)$ (integrale generale dell'omogenea associata · $q_l(x)=0$ + integrale particolare relativo a $q_l(x)$)

Altre condizioni di interesse:

- trave ad asse circolare
- piastra rett. $D_f\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = q(x,y);\ D_f = \frac{E_f h^3}{12(1-\nu_f^2)}$
- piastra infinitamente rigida $w_r = w_c + \psi_y x + \psi_x y$

Soluzioni dipendono da modello: $w(x) = f[p(x)]$ $w(x,y) = f[p(x,y)]$

WINKLER (1867)

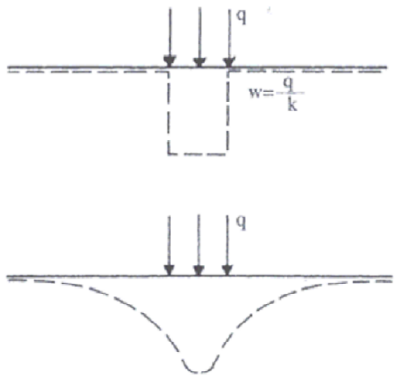
$$E_f J_f \frac{d^4 w}{dx^4} = [q(x) - p(x)] \cdot B$$

$$p(x) = k \cdot w(x) \qquad k = p(x) / w(x) \ (F/L^3)$$

Integrale generale:

$$w(x) = e^{x/\lambda}\left(A\cos\frac{x}{\lambda} + B\,\mathrm{sen}\frac{x}{\lambda}\right) + e^{-x/\lambda}\left(C\cos\frac{x}{\lambda} + D\,\mathrm{sen}\frac{x}{\lambda}\right);$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4E_f J_f}{kB}}$$ **(lunghezza caratteristica, lunghezza d'onda)**



WINKLER (1867)

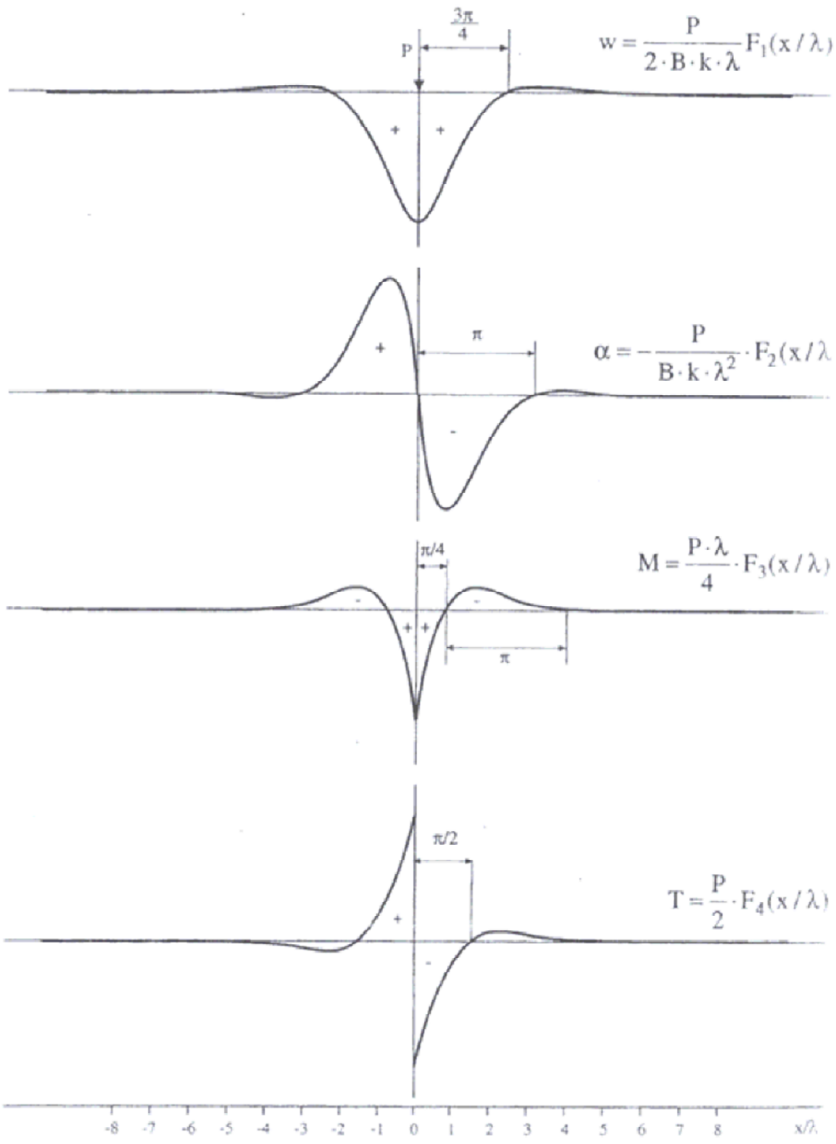
$$p(x) = k \cdot w(x)$$

$$\alpha(x) = dw / dx$$

$$M = -E_f J_f \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$T = -E_f J_f \frac{d^3 w}{dx^3}$$

$$L / \lambda > \pi \text{ (infinitamente lunga)}$$



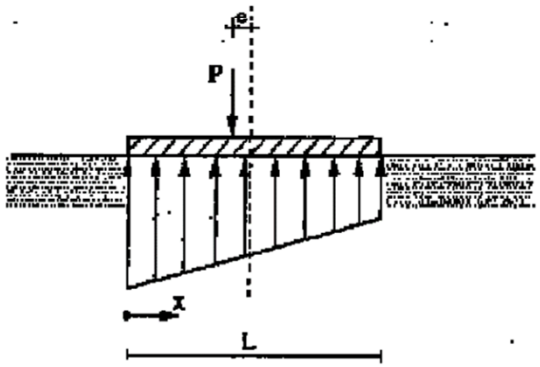
TRAPEZIO TENSIONI - WINKLER (1867)

$L/\lambda \le \pi/4$ **(trave corta)**

$$w_r = w_c + \psi_y x + \psi_x y$$

$$p(x) = \frac{P}{BL}\left[1 + \frac{6e}{L} - 12\frac{ex}{L^2}\right]$$ **(equilibrio + congruenza solo con Winkler)**

$$\frac{p(x)}{k} = \frac{P}{BLk} + \frac{M}{J_f k}x \qquad w_c = \frac{P}{BLk};\ \psi_y x = \frac{M}{J_f k}x$$



DETERMINAZIONE DI k

a) da prove edometriche (terreni a grana fine)

$$w = \frac{pB}{E}(1-\nu^2)I_s \qquad w \cong \frac{pB}{E_{ed}} \qquad k \cong \frac{E_{ed}}{B}$$

b) da prove di carico su piastra (circolare o quadrata)

$$w_1 = \frac{pB}{E}(1-\nu^2)I_1; \quad w = \frac{pB}{E}(1-\nu^2)I$$

terreni a grana fine

$$\frac{k}{k_1} = \frac{w_1}{w} = \frac{bI_1}{BI} \qquad \text{(trave) } k = k_1 \frac{b}{1.5 \cdot B}$$

terreni a grana grossa (Terzaghi e Peck 1948)

$$w = w_1\left(\frac{2B}{B+b}\right)^2 \qquad k = k_1\left(\frac{B+b}{2 \cdot B}\right)^2 \qquad w = 4w_1 \Rightarrow B \to \infty$$

Consistenza	Compatta (c_u = 50÷100 kPa)	Molto compatta (c_u = 100÷200 kPa)	Dura (c_u > 200 kPa)
Campo	18 ÷ 35	35 ÷ 70	> 70
Valore consigliato	25	50	100

Tab. 9.3. Valori tipici di k_1 (N/cm^3) per terreni coesivi.
Per estrapolare alla fondazione, v. eq. (9.7)

Tipo di sabbia		Stato di addensamento		
		Sciolto	Medio	Denso
Campo		7 ÷ 20	20 ÷ 100	100 ÷ 350
Non satura	Valore consigliato	15	50	175
Satura	Valore consigliato	10	30	110

Tab. 9.4. Valori tipici di k_1 (N/cm^3) per terreni incoerenti.
Per estrapolare alla fondazione, v. eq. (9.8)

SEMISPAZIO ELASTICO (BARDEN JEMOTCHIKINE)

- Suddividere la trave in N conci
- Scrivere N equazioni di congruenza
- Scrivere due equazioni di equilibrio
- Metodo del vincolo ausiliario (Barden)

$$lB\sum_{i=1}^{N} p_i = F \qquad lB\sum_{i=1}^{N} p_i x_i = F \cdot x$$

$$v_i = w_i$$

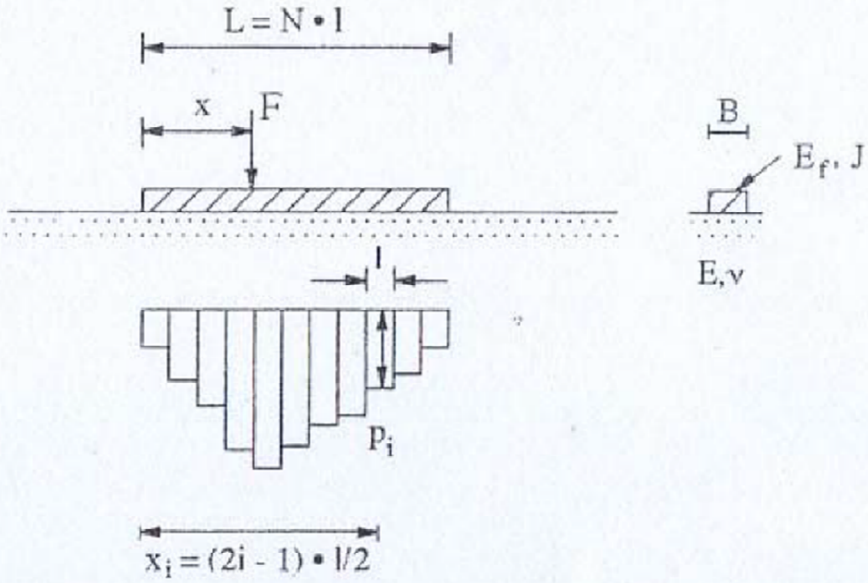


Fig. 9.10 Metodo di Barden; discretizzazione delle reazioni del terreno

DETERMINAZIONE DEGLI SPOSTAMENTI

$$v'_j = \frac{Fx_j^3}{3E_fJ_f} + \frac{Fx_j^2}{3E_fJ_f}(x - x_j) \qquad x > x_j$$

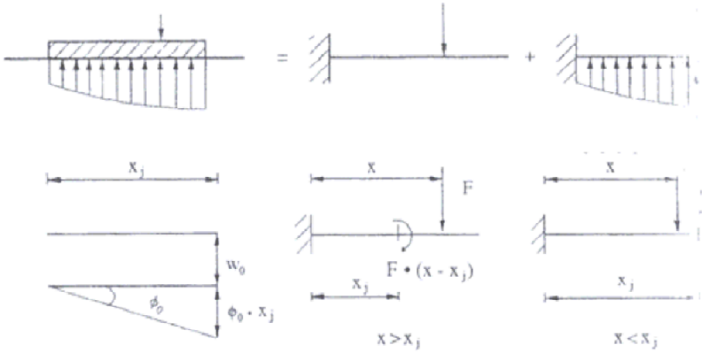
$$v''_{i,j} = \frac{p_i l B x_j^3}{3E_fJ_f} + \frac{p_i l B x_j^2}{3E_fJ_f}(x - x_j) \qquad x > x_j$$

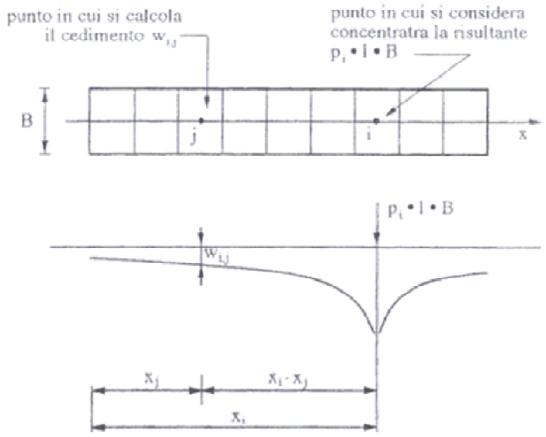
$$v''_j = \sum_{i=1}^{N} v''_{i,j}$$

$$v'''_j = v_o + \phi_o x_j$$

$$w_{i,j} = \frac{p_i l B(1-\nu^2)}{\pi E(x_i - x_j)} \qquad w_{i,i} = \frac{2.72 p_i l B(1-\nu^2)}{\pi E l}$$

$$w_j = \sum_{i=1}^{N} w_{i,j} \qquad t = \frac{\pi E B L^3}{32 E_f J_f (1-\nu^2)}$$





STRATO DI SPESSORE FINITO (KONIG E SHERIF)

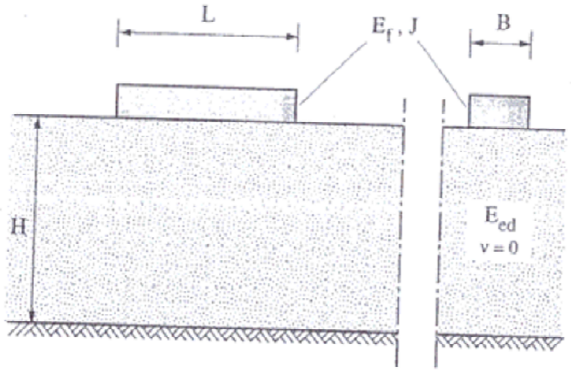
Se $H_c / B \leq 2$ $\qquad H_c = H$

Se $H_c / B > 2$ $\qquad H = 2B$ (Travi); $H = B$ (Piastre)

Approssimazione di Steinbrenner

$$s_{o,H} = s_{o,\infty} - s_{H,\infty}$$

$$KS = \frac{12E_f J_f}{EBL^3} \qquad KS = \frac{1.178}{(1-\nu)^2 t}$$



ALTRE SOLUZIONI

- **Piastre su suolo alla Winkler (Hetenji 1946, Selvadurai 1984)**
- **Piastre circolari (carichi assialsimmetrici) (Viggiani, Lancellotta Fenelli e Russo 1999, Brown 1969)**
- **Piastre rettangolari (Fraser e Wardle 1976)**
- **Graticci di fondazione**

$$N_{i,x} + N_{i,y} = P_i \qquad \sum_{i=1}^{N} \eta_{i,j} \cdot N_{j,x} = \sum_{i=1}^{N} \eta_{i,j} \cdot N_{j,y}$$

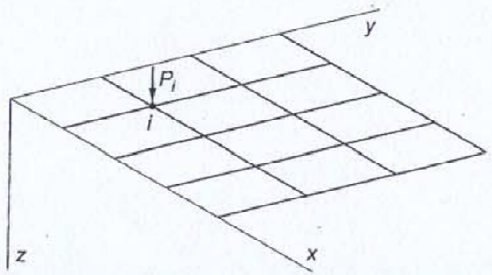
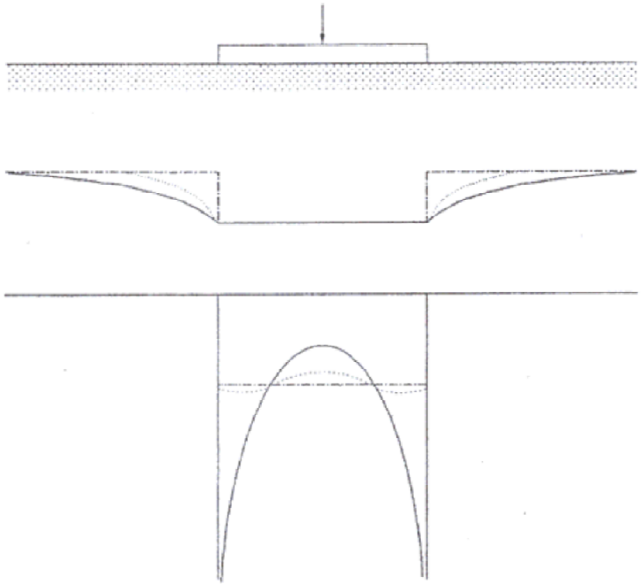


Figura 6.9 Fondazione a graticcio.

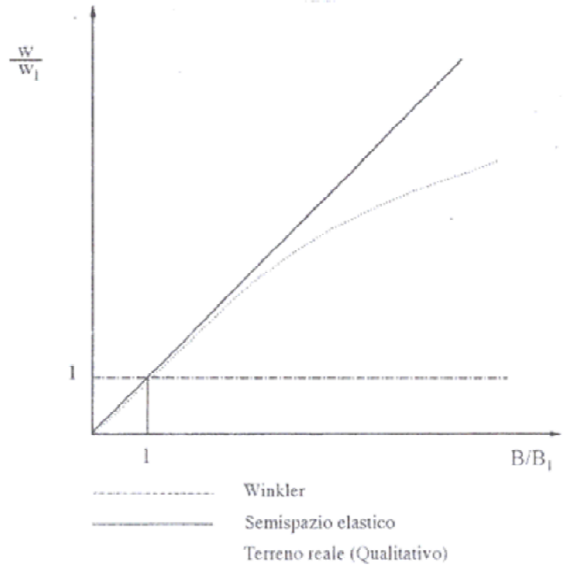
CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

- **Semispazio elastico – Barden (mai!)**
- **Konig e Sherif (sempre preferibile)**
- **Winkler (carico distribuito, mai!)**
- **Peso proprio (argille NC o debolmente OC interviene)**
- **Fattori dominanti: rigidezza relativa, distribuzione carichi**



a)

b)



c)

INFLUENZA DELLA SOVRASTRUTTURA

Situazioni limite:

a) **Sovrastruttura infinitamente flessibile (telaio in c.a)**
b) **Sovrastruttura infinitamente rigida (serbatoio, silos)**

a. Risultante baricentrica; $\sum_{i=1}^{N} Q_i = Q;\ w_i = \sum_{j=1}^{N} \eta_{i,j} Q_j = w$

b. Risultante eccentrica; $\sum_{i=1}^{N} Q_i = Q; \qquad \sum_{i=1}^{N} Q_i x_i = Q \cdot x;$

$$w_i = \sum_{j=1}^{N} \eta_{i,j} Q_j = w_o + \alpha_o x_i$$

c. Semplificazione: regola presso-flessione $p = \frac{R}{A} + \frac{Re_x}{J_x} y + \frac{Re_y}{J_y} x$

(graticci).