

GEOTECNICA

ing. Nunziante Squeglia

9. Consolidazione monodimensionale

Ipotesi alla base della teoria della consolidazione

1. Il flusso e le deformazioni sono monodimensionali
2. La fase liquida è incompressibile
3. Il mezzo poroso è saturo
4. La fase solida è incompressibile
5. La legge di Darcy è valida
6. La permeabilità è costante
7. Lo scheletro solido è elastico lineare
8. Si è nell'ipotesi di piccole deformazioni

Condizione di conservazione della massa

$$\frac{\partial(\gamma_w v_z)}{\partial z} dz \cdot dx \cdot dy = - \frac{\partial(\gamma_w V_v)}{\partial t}$$

La variazione di volume dei vuoti è data da:

$$\frac{\partial(V_v)}{\partial t} = - \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dx \cdot dy \cdot dz = - \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} dx \cdot dy \cdot dz$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t}$$

Per le ipotesi fatte:

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = -k \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2}; \quad \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = \frac{1}{E_{ed}} \frac{\partial \bar{\sigma}'_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'_z}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial t} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$$

Quindi:

$$\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} = - \frac{1}{E_{ed}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$$

Equazione della consolidazione monodimensionale

$$\frac{k \cdot E_{ed}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$$

altrimenti scritta come:

$$c_v \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad \text{con} \quad c_v = \frac{k \cdot E_{ed}}{\gamma_w}$$

Coefficiente di consolidazione

Ponendo:

$$Z = \frac{z}{H}; \quad T = \frac{c_v t}{H^2}$$

H = “percorso di filtrazione”, cioè la distanza tra un contorno drenante ed uno impermeabile

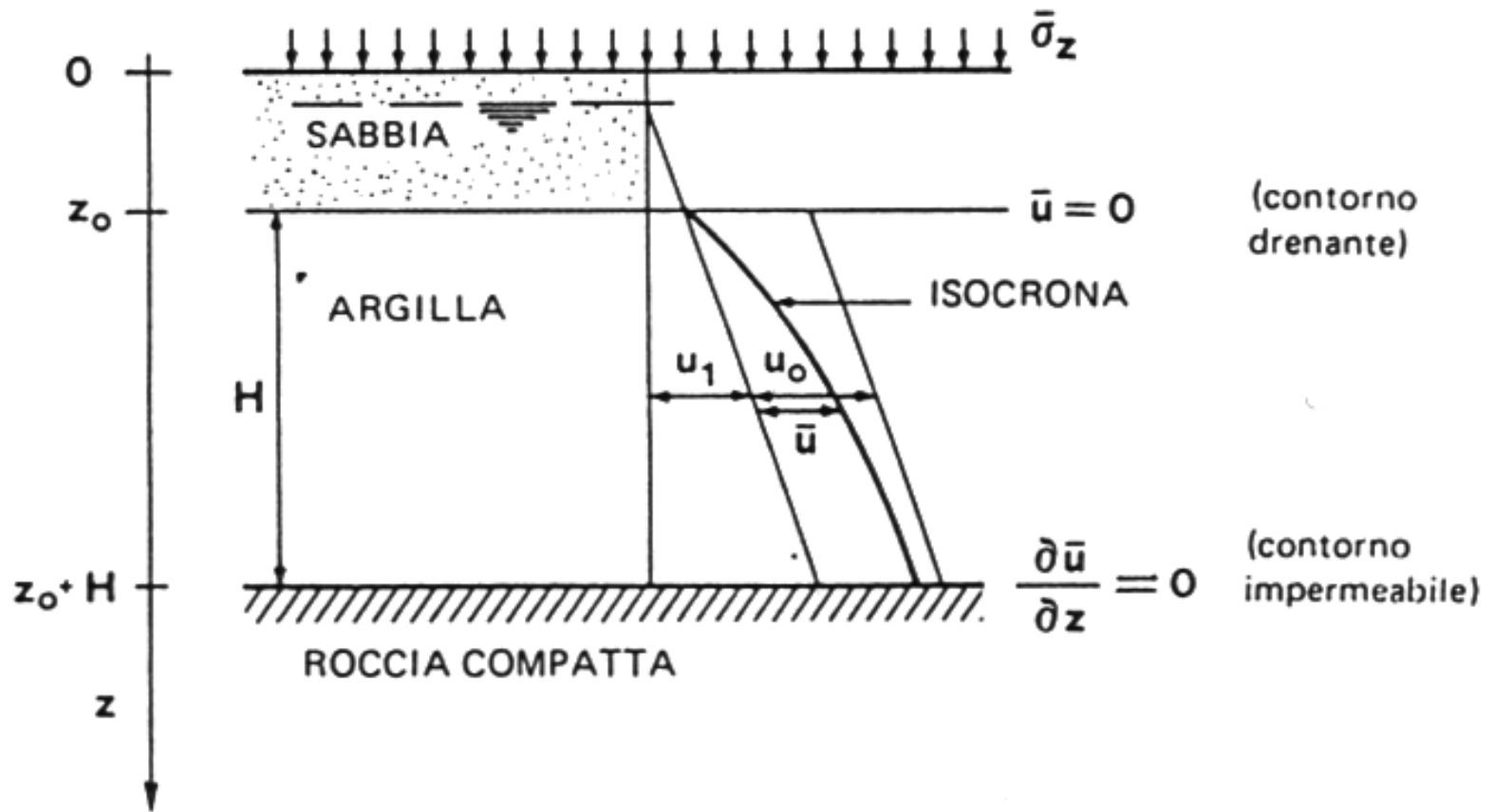
$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial Z^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial T}$$

Soluzione dell'equazione differenziale

$$\bar{u}(Z, T) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2\bar{u}_0}{M} \text{sen}(MZ) \cdot e^{-M^2 T}$$

con $M = \frac{\pi}{2}(2m + 1)$

Schema della consolidazione monodimensionale



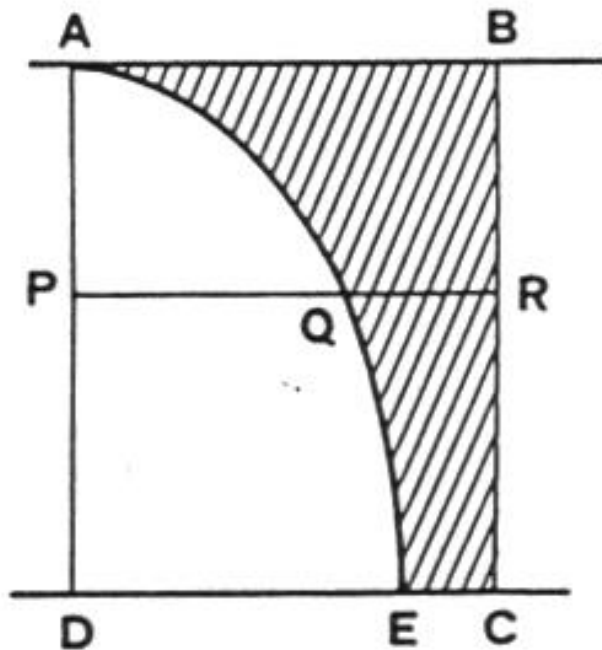
Grado di consolidazione

$$U(z, t) = 1 - \frac{\bar{u}(z, t)}{\bar{u}_0(z)} = \frac{\bar{u}_0(z) - \bar{u}(z, t)}{\bar{u}_0(z)}$$

Grado di consolidazione medio

$$\bar{U}(t) = 1 - \frac{\int_{z_0}^{z_0+H} \bar{u}(z, t) \cdot dz}{\int_{z_0}^{z_0+H} \bar{u}_0(z) \cdot dz} = \frac{\int_{z_0}^{z_0+H} [\bar{u}_0(z) - \bar{u}(z, t)] \cdot dz}{\int_{z_0}^{z_0+H} \bar{u}_0(z) \cdot dz}$$

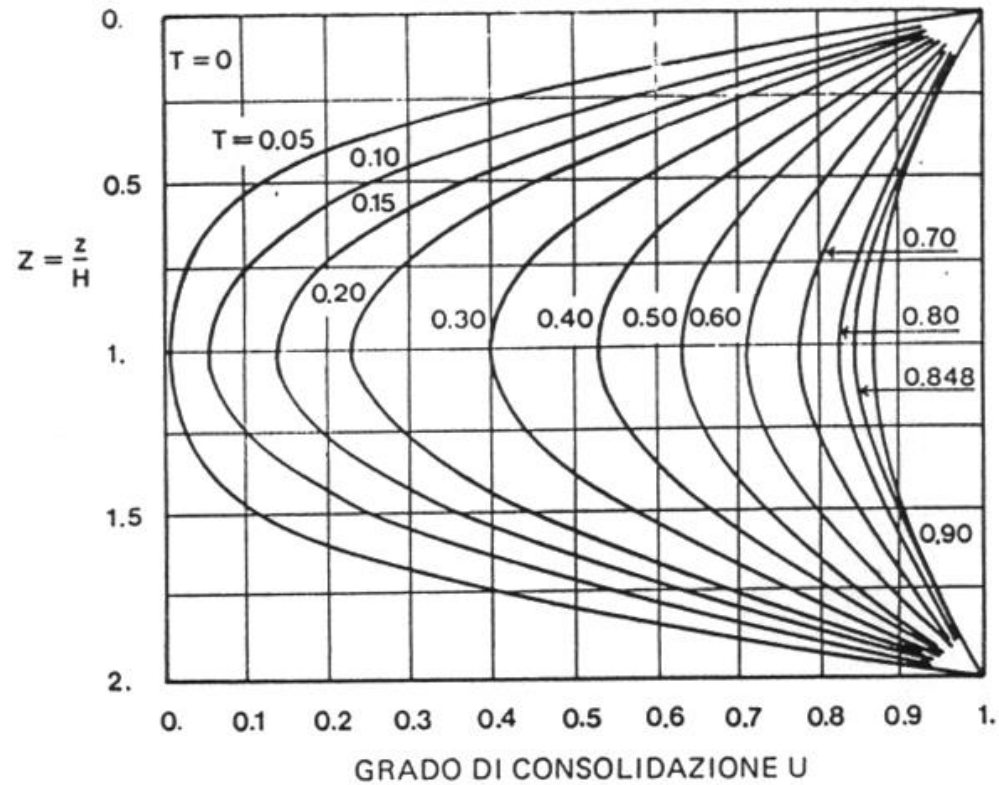
Interpretazione geometrica del Grado di Consolidazione



$$U = \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$$

$$\bar{U} = \frac{ABCEA}{ABCD}$$

Variazione del grado di consolidazione



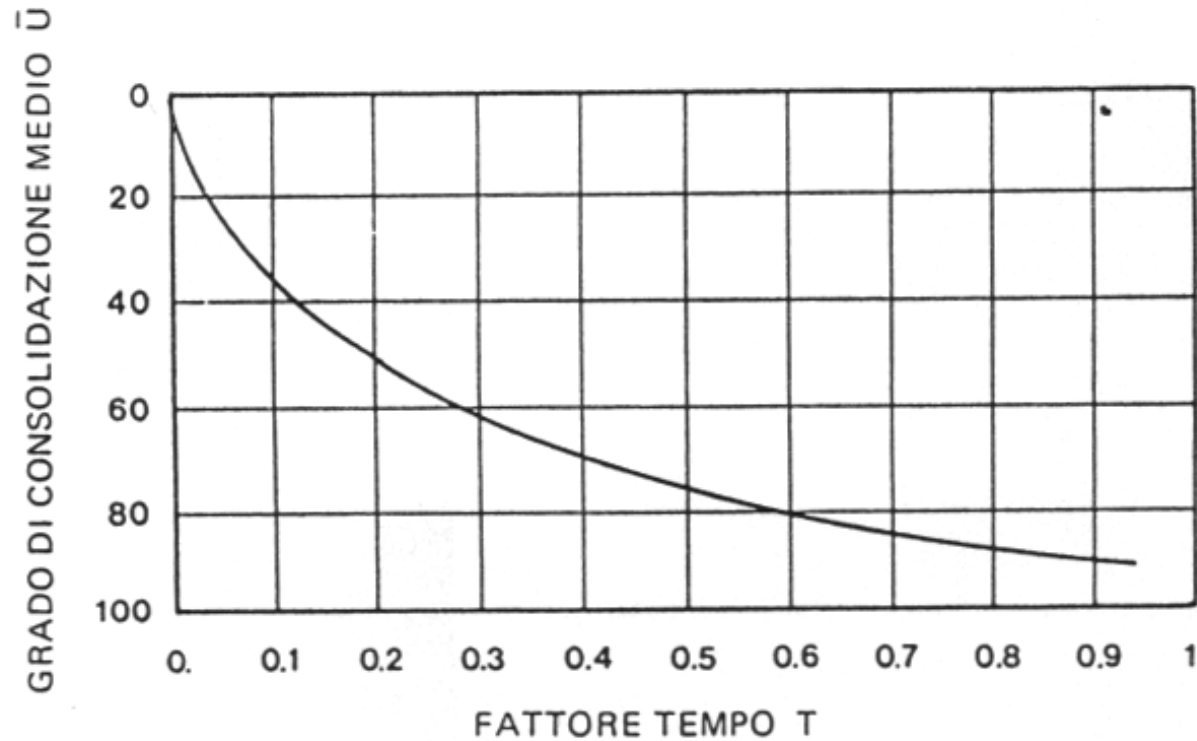
Espressione del Grado di Consolidazione medio per
isocrona iniziale rettangolare

$$\bar{U}(T) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-M^2 T}$$

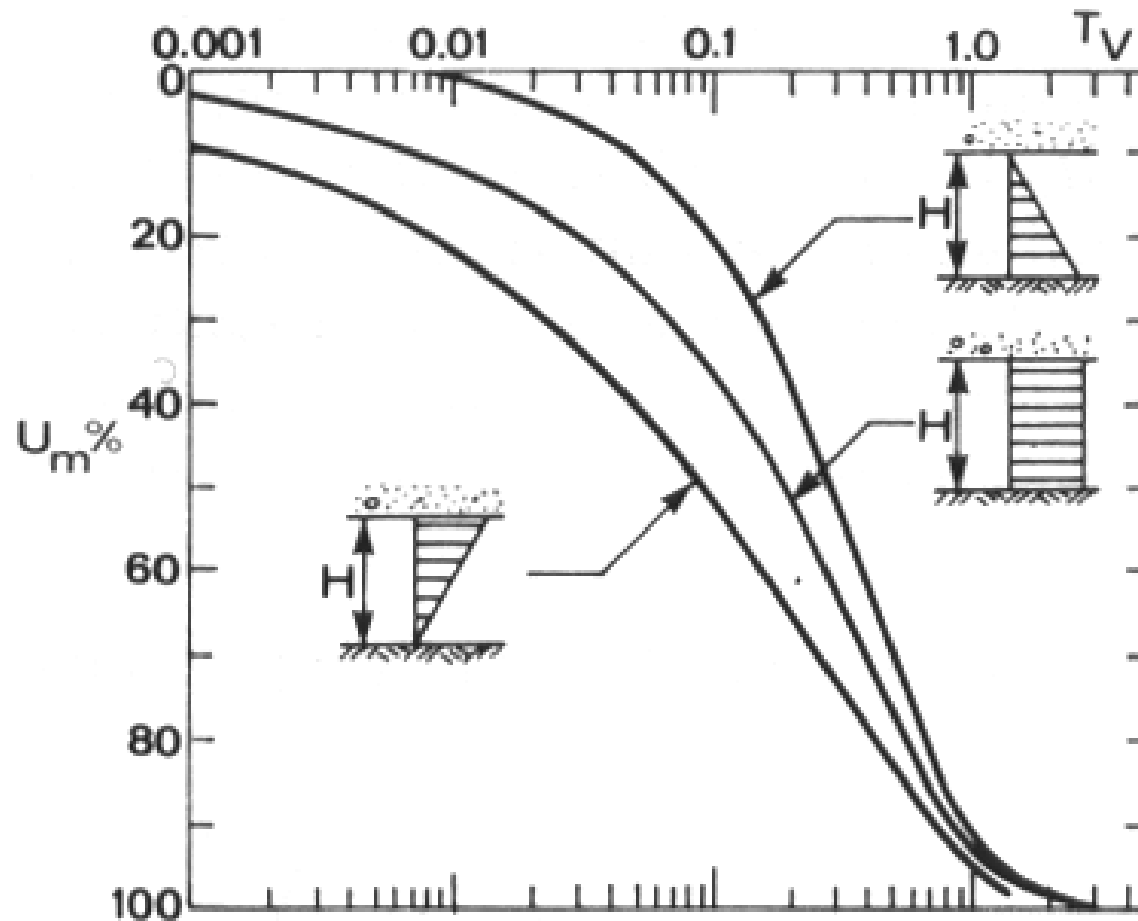
Espressione approssimata (Sivaram e Swamee, 1977)

$$T = \frac{\pi \bar{U}^2}{4 [1 - \bar{U}^{5.6}]^{0.357}}$$

Variation of the average degree of consolidation

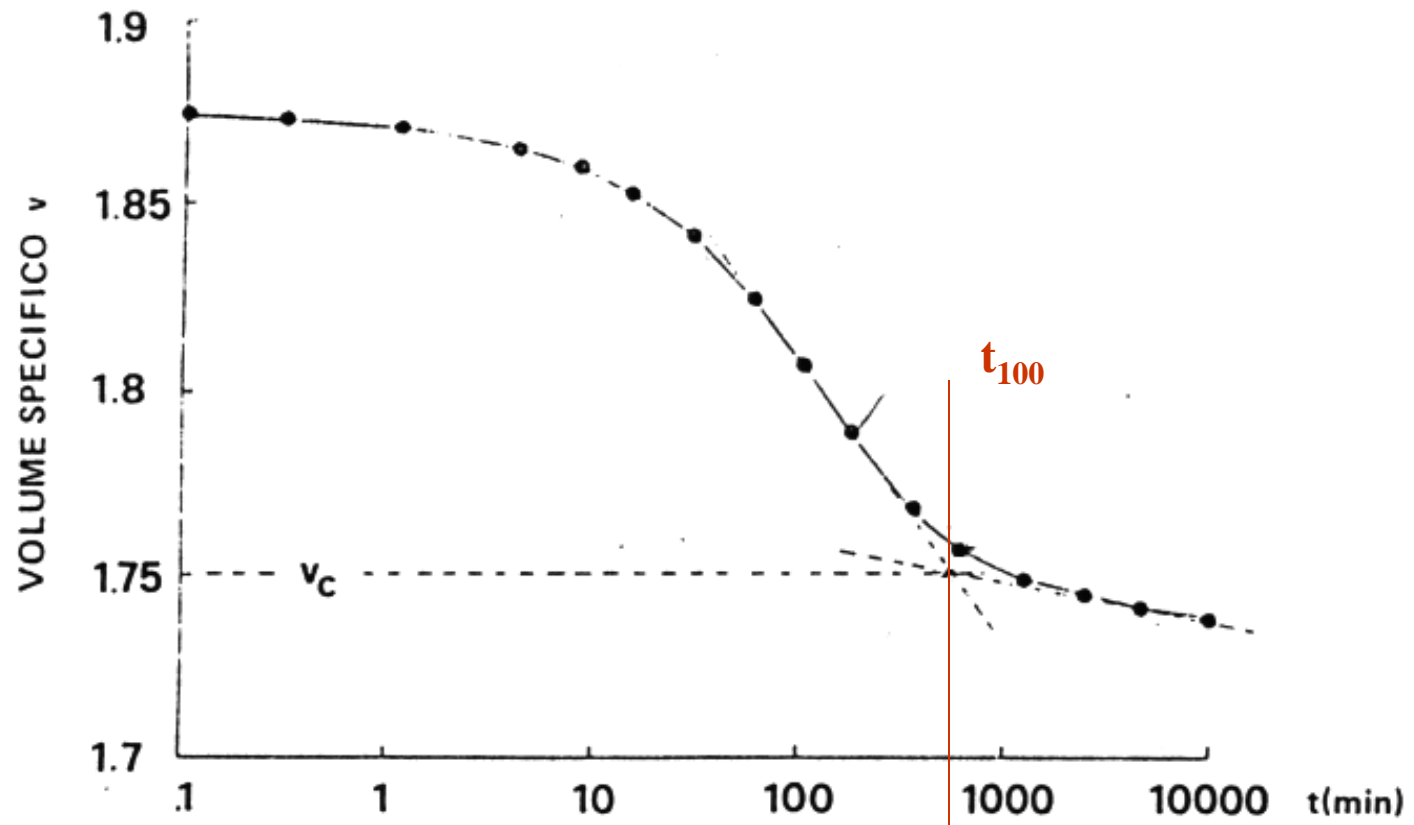


Grado medio di consolidazione per diverse isocrone iniziali



COMPRESSIONE EDOMETRICA

Curva di consolidazione



Determinazione del parametro c_v

Previsione dei tempi di consolidazione